21.05.2020

Здравствуйте, учащиеся 105 группы!

Учебная дисциплина: математика
Тема программы: Комбинаторика
Тема урока: Решение задач с применением основных понятий комбинаторики.

Задание к уроку:

Вам необходимо самостоятельно изучить теоретические сведения, посмотреть видео-ролики, написать конспект урока, повторить тему «Комбинаторика» и письменно выполнить задания.

Выполненную работу оформить в рабочих тетрадях, сфотографировать и отправить отдельным файлом в личное сообщение через социальные сети VK (в личку): https://vk.com/id18621014 или на электронную почту преподавателя: chertovs_nat@mail.ru

Выполненное задание предоставить в рукописном виде после возобновления занятий.

Учебник «Алгебра и начала математического анализа» (Ш.А.Алимов, Ю.М. Колягин и др.) 10-11 кл., 2016г.
Ссылка: https://newgdz.com/knizhki-algebra-7-klass/uchebniki-po-algebre-10-11-klass/14051-chitat-algebra-10-11-klass-alimov-onlajn-2016

I. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ:

Решить комбинаторную задачу - это значит выписать все возможные комбинации, составленные из чисел, слов, предметов и др., отвечающих условию задачи.

Рассмотрим несколько типичных для комбинаторики задач.

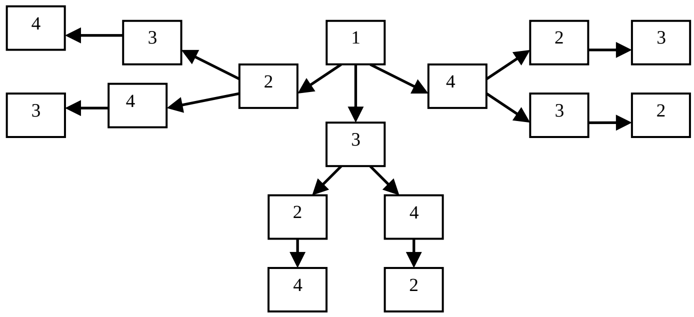
Задача 1. Майор Зимин ежедневно формирует наряд для поддержания общественного порядка в городе. Наряд состоит из двух человек: старшего наряда и дежурного. В расположении майора находится 20 полицейских. На сколько дней подряд майор Зимин составит график?

Решение. Пусть сначала избирается старший наряда. Поскольку каждый полицейский может быть выбран старшим, то, очевидно, есть 20 способов его выбора. Тогда дежурным может стать каждый из оставшихся 19 полицейских. Любой из 20 способов выбора старшего наряда может осуществиться вместе с любыми из 19 способов выбора дежурного. Поэтому всего существует $20 \cdot 19 =$

380 способов формирования наряда. Т.о. на 380 дней майор Зимин может составить график.

Задача 2. В отделении сержанта Сбруева проходят службу 4 новобранца: Белкин, Пенкин, Свечкин и Овечкин. В свободное от нарядов время сержант обучает их, как рассчитаться по порядку. По команде «В одну шеренгу становись!» солдаты выстраиваются справа от Сбруева и по команде «По порядку номеров рассчитайсь!» производят расчет: «первый-второй-третий-четвертый-пятый». После этого сержант перестраивает новобранцев по-новому и расчет повторяется. Сколько раз может Сбруев повторить это упражнение, используя только разные способы построения солдат?

Решение. Первого новобранца стоящего в шеренге можно выделить четырьмя способами; второго, очевидно, тремя способами. На третье место будут претендовать только два человека, и, следовательно, есть два способа заполнить третье место. Для четвертого новобранца места уже не остается, и он выступает последним.



Занумеруем новобранцев: 1 – Белкин, 2 – Пенкин, 3 – Свечкин, 4 – Овечкин.

Составим схему.

Каждый способ выбора первого новобранца может быть скомбинирован с шестью случаями выбора остальных, то число способов составляет

$4 \cdot 6 = 24.$

Задача 3. Сколькими способами можно выбрать из пяти разных книг какие-либо две и подарить их двум полицейским, в день милиции в городе Брюково?

Решение. Обозначим книги буквами A, B, C, D, E, можно выписать все возможные пары книг, а именно: AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE. Мы видим, что их число равно десяти.

В практической деятельности парикмахерам (юристам и др.) часто приходится иметь дело с различными ситуациями. Умение анализировать сложившуюся обстановку, адекватно ее оценивать и делать правильные выводы является важным качеством каждого профессионала. Во многих случаях практика приводит к комбинаторным задачам.

1) Факториал

Определение. Произведение всех последовательных натуральных чисел от 1 до n обозначается n!

n! = 1 · 2 · 3 · ... · n.

Используя знак факториала, можно, например, записать

$$1! = 1,$$
$$2! = 2 \cdot 1 = 2,$$
$$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6,$$
$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24,$$
$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120,$$

Факториалы растут удивительно быстро.

Точные значения факториалов

$1! = 1$

$2! = 2$

$3! = 6$

$4! = 24$

$5! = 120$

$6! = 720$

$7! = 5040$

$8! = 40320$

$9! = 362880$

$7! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$

$10! = 3628800$

$11! = 39916800$

$$\boxed{\mathbf{0! = 1}}$$

$12! = 479001600$

$13! = 6227020800$

$14! = 87178291200$

$15! = 1307674368000$

2) Размещения

Определение. ***Размещениями*** из n элементов по m называются такие соединения, которые отличаются друг от друга либо самими элементами, либо порядком их следования.

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Пример. При расследовании хищения установлено, что у преступника семизначный телефонный номер, в котором ни одна цифра не повторяется и нет нуля. Следователь, полагая, что перебор этих номеров потребует одного-двух часов, доложил о раскрытии преступления. Прав ли он?

Решение. Число номеров равно числу размещений из 9 элементов по 7, т.е. равно A_7^4 . По формуле получаем

$A_9^7 = \frac{9!}{(9-7)!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2} = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 181440$ номеров.

Даже если на проверку одного номера тратить 1 минуту, то на все уйдет 3024 часа или 126 суток. Таким образом, следователь – не прав.

3) Сочетания

Определение. ***Сочетаниями*** из n элементов по m называются такие соединения, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом. (Подмножества, отличающиеся друг от друга только порядком следования элементов, не считаются различными.)

Число сочетаний из n элементов по m обозначается символом C_n^m и вычисляется по формуле:

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{P_m} = \frac{n!}{(n-m)!m!}$$

Пример. В штате прокуратуры областного центра имеется 16 следователей. Сколькими способами можно выбрать 2 из них для проверки оперативной информации о готовящемся преступлении?

Решение. Способов столько, сколько существует двухэлементных подмножеств у множества, состоящего из 16 элементов, т.е. их число равно $C_{16}^2 = \frac{16!}{(16-2)!2!} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot \ldots \cdot 1}{14 \cdot 13 \cdot \ldots \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{15 \cdot 16}{2} = 120$, т.е. всего 120 способов выбора следователей.

4) Перестановки

Определение. ***Перестановками*** из n элементов называются такие соединения из n элементов, которые отличаются друг от друга лишь порядком следования элементов.

$$P_n = n!$$

Пример. Замок сейфа открывается, если введена правильная комбинация. Преступник пытается открыть сейф, набирая код наудачу. Он знает, что код состоит из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 при условии, что все числа не повторяются и последней является 5. Сколько попыток ему придется сделать.

Решение. Так как число пять должно стоять на последнем месте, то остальные пять цифр могут стоять на оставшихся местах в любом порядке. Следовательно, количество кодов из шестизначных чисел, с пятеркой на конце, равно числу перестановок из пяти элементов, т.е. $P_5 = 5! = 5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 120$.

Задача. Сколько четырехбуквенных слов можно образовать из букв слова ***сапфир****?*

Решение. P_4=4! = 1*2*3*4 =24 (неверно)

$$A_6^4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2!}{2!} = 6\times5\times4\times3 = 360.$$

- ***Решим еще 2 задачи***

1. **В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.**

Решение

1 бросок кости 6 вариантов

2 бросок кости тоже 6 вариантов

для 1 броска может быть 1,2,3,4,5,6.

Когда выпадет 1 очко во время 1 броска со второго может и 1,2,3,4,5,6.

Посмотреть на дереве случаев.

Значит всего 6 на 6 = 36 общих событий

А благоприятными событиями являются 2и 6, 3 и 5, 4 и 4, 5 и 3, 6 и 2, потому что в условии задачи 8 очков, их всего 5.

Следовательно, вероятность (отношение 5 к 36) равна после округления 0,14

2. **В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет все три раза.**

Монета. Значит, может выпасть или орел или решка.
1 способ:
Вероятность 1 к 2, значит 0,5
События бросков независимые. Р=0,5• 0,5• 0,5 =0,125
2 способ:
Орел, орел, решка
Орел, решка, решка
Решка, Орел, решка
решка, решка ,решка
…………
Всего возможностей 8, благоприятных событий 1, значит 1 к 8 =0,125

Смотрим видео-ролики, ставим видео на паузу и конспектируем в тетрадь.

Видео-ролики: 1) https://youtu.be/XT2dG945Aig
2) https://youtu.be/sSks0r3-Nwk

II. ЗАДАНИЯ

1) Повторить §60-64
2) подготовиться к контрольной работе;
3) Решить задачи:

Задача на «3»

Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 2, 3, 5, 7.

Задачи на «4»

1) Восемь учащихся обменялись рукопожатиями. Сколько было рукопожатий?
2) Сколькими способами можно составить трехцветный полосатый флаг из пяти различных по цвету отрезков материи?

Задача на «5»

Сколько словарей надо издать, чтобы можно было выполнять переводы с любого из шести языков на любой из них?