

Здравствуйте, дорогие учащиеся!

Учебная дисциплина: «Математика»

Содержание занятия: «Чтение свойств функций по графику и построение графиков по свойствам функций.
Практическая работа № 45»

Таким образом, Занятие состоит из двух частей:

1. Лекция: «Чтение свойств функций по графику и построение графиков по свойствам функций»;
2. Практическая работа № 45.

1. **Лекция:** «Чтение свойств функций по графику и построение графиков по свойствам функций».

Задание к лекции:

Вам необходимо самостоятельно изучить текст лекции, выполнить задания к лекции и письменно ответить на контрольные вопросы.

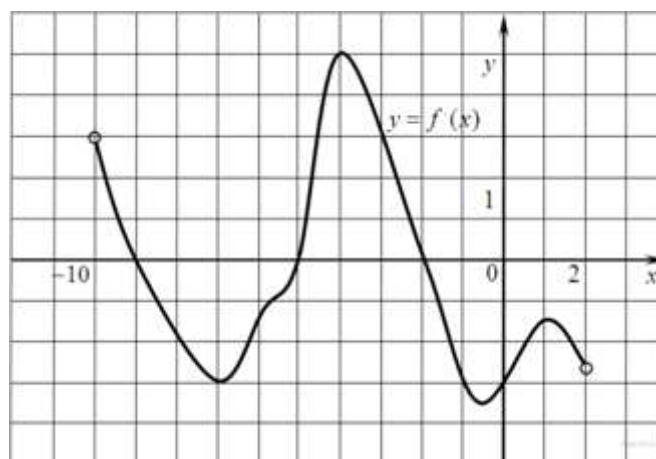
Выполненную работу оформить в рабочей тетради и отправить отдельным файлом (электронный документ) в личное сообщение через социальные сети VK (Анжелика - Валерьевна Синещекова г. Луганск).

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ:

Вспомним свойства функций:

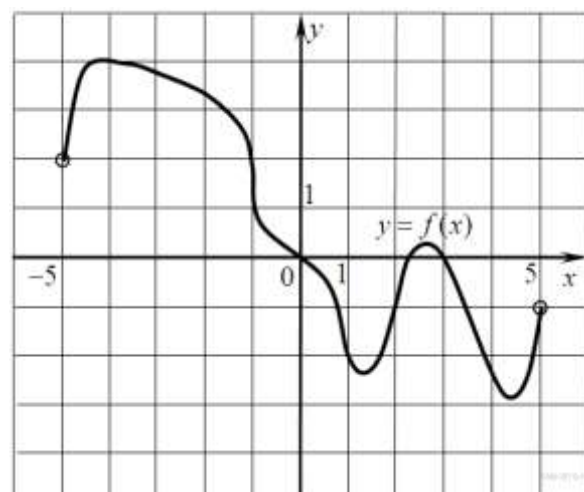
1. Область определения.
2. Множество значений.
3. Монотонность (возрастание и убывание) функции.
4. Наибольшее и наименьшее значения функции.
5. Нули функции.
6. Промежутки знакопостоянства.
7. Четность.

Пример № 1. Прочитать свойства функции по графику.



1. Область определения функции : $D(y) = (-10; 2)$.
2. Область значений функции: $E(y) = (-3, 5; 5)$.
3. Функция возрастает $x \in (-7; -4) \cup (-0, 5; 1)$;
убывает $x \in (-10; -7) \cup (-4; -0, 5) \cup (1; 2)$.
4. Наибольшее значение: 5.
Наименьшее значение: -2,5.
5. Нули функции: -9, -5, -2.
6. Функция принимает положительные значения $x \in (-10; -9) \cup (-5; -2)$.
Функция принимает отрицательные значения значения $x \in (-9; -5) \cup (-2; 2)$.
7. Функция не является ни четной, ни нечетной.

Пример № 2. По графику указать свойства функций (1-7):



1. Область определения: $D(y) = (-5; 5)$.
2. Область значений функции: $E(y) = (-2, 9; 4)$.
3. Функция возрастает $x \in (-5; -4, 7) \cup (1, 2; 2, 4) \cup (4, 2; 5)$;
убывает $x \in (-4, 7; 1, 2) \cup (2, 4; 4, 2)$.
4. Наибольшее значение функции: 4.

Наименьшее значение функции: -2,9.

5. Нули функции: 0; 2,2 ; 3.

6. Функция принимает положительные значения $x \in (-5; 0) \cup (2,2; 3)$.

Функция принимает отрицательные значения $x \in (0; 2,2) \cup (3; 5)$.

7. Функция не является ни четной, ни нечетной.

2. Практическая работа № 45.

Практическая работа выполняется отдельно на двойных листах в клеточку.
Титульный лист *практической работы* оформляется следующим образом:

**Практическая работа
по математике
учащейся группы № 202
ЛКМПИКТ
Ф.И.**

Оригиналы работ в рукописном виде (**в обязательном порядке!!!**) предоставить по окончании дистанционного обучения или в период учебной практики.

Практическая работа содержит **2 варианта заданий**. Они распределяются среди учащихся группы следующим образом:

1 вариант пишут учащиеся, чья фамилия начинается с буквы от **А** до **К** включительно;

2 вариант пишут учащиеся, чья фамилия начинается с буквы от **М** до **Ш** включительно.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 45

«Свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций»

Цель: знать алгоритмы построения линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций; уметь строить графики линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно-линейной функций; уметь проводить исследование функции, заданной графиком.

1. Краткие сведения из теории:

Литература: Алимов Ш.А., Колягин Ю.М. и др. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни – М.: Просвещение, 2016 – 463 с.

Задача 1. Построить и прочитать график линейной функции $y = \frac{1}{3}x + 2$.

Решение.

Чтобы построить график линейной функции, нам нужны координаты двух точек, принадлежащих графику функции.

Чтобы их найти, нужно взять два значения x , подставить их в уравнение функции, и по ним вычислить соответствующие значения y .

Например, чтобы построить график функции $y = \frac{1}{3}x + 2$, удобно взять $x = 0$ и $x = 3$, тогда ординаты этих точек будут равны $y = 2$ и $y = 3$.

Получим точки $A(0;2)$ и $B(3;3)$. Соединим их и получим график функции $y = \frac{1}{3}x + 2$ (Рис. 1).

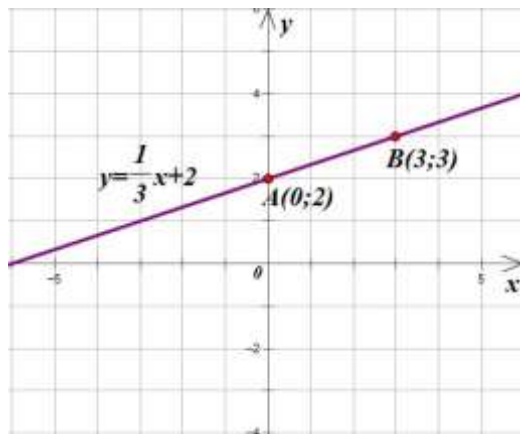


Рис. 1

Прочитаем график, построенной функции:

1) $D(y) = \mathbb{R}$;

2) $E(y) = \mathbb{R}$;

3) Функция общего вида;

4) Непериодическая;

5) Точки пересечения с осями координат:

Ох: $\frac{1}{3}x + 2 = 0$, $x = -6$, следовательно $(-6; 0)$ – точка пересечения с осью абсцисс.

Оу: при $x = 0$ $y = 2$, следовательно $(0; 2)$ – точка пересечения с осью ординат;

6) $y = \frac{1}{3}x + 2$ положительна при $x \in (-6; +\infty)$ и отрицательна при $x \in (-\infty; -6)$

7) $y = \frac{1}{3}x + 2$ возрастает на всей области определения.

Задача 2. Построить и прочесть график квадратичной функции $y = 2x^2 + 3x - 5$.

Решение.

1. Так как $a = 2 > 0$, ветви параболы направлены вверх.

2. Найдем дискриминант квадратного трехчлена $2x^2 + 3x - 5$

$$D = b^2 - 4ac = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49; \sqrt{D} = 7$$

Дискриминант квадратного трехчлена больше нуля, поэтому парабола имеет две точки пересечения с осью ОХ.

Для того, чтобы найти их координаты, решим уравнение $2x^2 + 3x - 5 = 0$

$$x_1 = \frac{-3 + 7}{4} = 1 \text{ и } x_2 = \frac{-3 - 7}{4} = -2,5$$

3. Координаты вершины параболы:

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{4} = -0,75$$

$$y_0 = -\frac{D}{4a} = -\frac{49}{8} = -6,125$$

4. Точка пересечения параболы с осью ОУ: (0;-5);
 точки пересечения параболы с осью ОХ (-2,5;0) и
 симметричная ей относительно оси симметрии
 параболы (1;0).

Нанесем эти точки на координатную плоскость,
 и соединим их плавной кривой (Рис. 2).

Прочитаем график построенной функции:

1. $D(y)=\mathbb{R}$
2. $E(y)=[-6,125; +\infty)$
3. Нули функции: - 2,5 и 1.
4. $y < 0$ при $x \in (-2,5; 1)$, $y > 0$ при $x \in (-\infty; -2,5) \cup (1; +\infty)$.
5. Функция возрастает на $[-6,125; +\infty)$ и убывает на $(-\infty; -6,125]$.
6. График симметричен относительно прямой $x = -0,75$.
7. $y_{\min} = -6,125$ при $x = -0,75$.

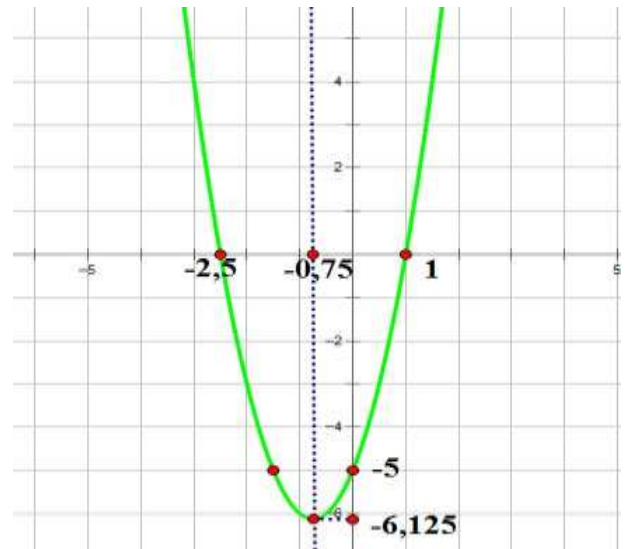


Рис. 2

Задача 3. Построить и прочесть график кусочно – линейной функции $y = \begin{cases} 2 - x & \text{при } x < 1 \\ x & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$.

Решение.

Рассмотрим функцию $y = \begin{cases} 2 - x & \text{при } x < 1 \\ x & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$.

На Рис. 3 показан график этой функции.

Чтобы его получить, построим график функции $y = 2 - x$ при $x < 1$
 и $y = x$ при $x \geq 1$.

Прочитаем график построенной функции:

1. $D(y)=\mathbb{R}$
2. $E(y)=[1; +\infty)$
3. Функция общего вида;
4. Непериодическая;
5. Точки пересечения с осями координат:

Ох: нет точек пересечения

Оу: (0; 2) – точка пересечения с осью ординат;

6. Функция положительна на всей области определения;

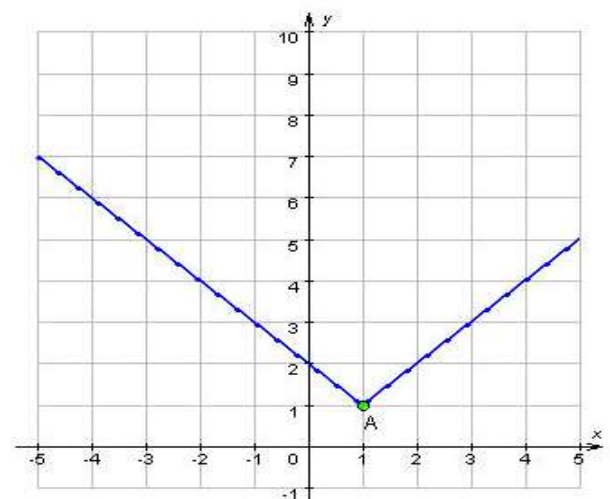


Рис. 3

7. Функция возрастает на $[1; +\infty)$ и убывает на $(-\infty; 1]$

Задача 4. Построить график дробно-линейной функции $y = \frac{x+8}{x-2}$.

Решение.

Представим дробь в виде $n + \frac{k}{x-m}$.

Для этого $x + 8$ запишем в следующем виде: $x - 2 + 10$ (т.е. 8 представили в виде $-2 + 10$).

$$\text{Получим: } \frac{x+8}{x-2} = \frac{x-2+10}{x-2} = \frac{(x-2)+10}{x-2} = 1 + \frac{10}{x-2}.$$

Итак, мы получили все необходимые значения: $k = 10$, $m = 2$, $n = 1$.

Таким образом, мы нашли асимптоты нашей гиперболы (исходя из того, что $x = m$, $y = n$): $x = 2$, $y = 1$.

То есть, одна асимптота гиперболы проходит параллельно оси y на расстоянии 2 единиц справа от нее, а вторая асимптота проходит параллельно оси x на расстоянии 1 единицы выше ее.

Построим график данной функции. Для этого сделаем следующее:

1) проведем в координатной плоскости пунктиром асимптоты – прямую $x = 2$ и прямую $y = 1$.

2) так как гипербола состоит из двух ветвей, то для построения этих ветвей составим две таблицы: одну для $x < 2$, другую для $x > 2$.

Сначала подберем значения x для первого варианта ($x < 2$).

Результаты всех полученных вычислений вписываем в таблицу:

x	-3	-2	-1	0	1
y	-1	-1,5	-2,3	-4	-9

Теперь составим таблицу для варианта $x > 2$:

x	3	4	5	6	7
y	11	6	4,3	3,5	3

3) Далее просто составляете график функции с полученными координатами (Рис. 4).

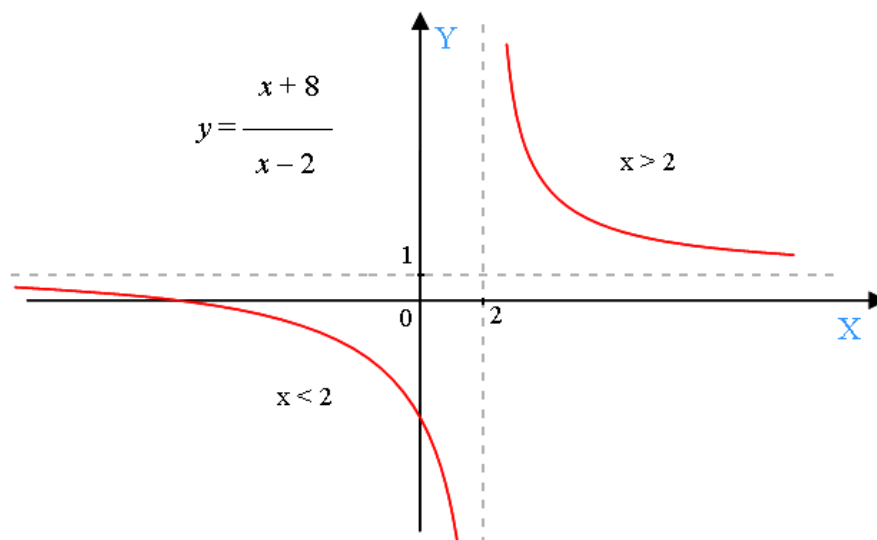


Рис. 4

2. Порядок выполнения практической работы:

- 2.1. Ознакомиться с теоретическим материалом.
- 2.2. Получить задание на практическую работу.
- 2.3. Выполнить задание согласно своему варианту.
- 2.4. Сделать выводы, оформить отчет.

3. Алгоритм выполнения задания практической работы:

- 3.1. Изучить задания вашего варианта.
- 3.2. Поочередно выполнять задания в соответствии с вариантом.
- 3.3. Ответить на контрольные вопросы.
- 3.4. Подготовиться к защите.

4. Задания на практическую работу:

Построить и прочитать графики функций:

Вариант 1.	Вариант 2.
а) $y = 2x + 5$ б) $y = -x^2 + 4x + 6$ в) $f(x) = \begin{cases} x - 5 & \text{при } x \geq 3 \\ 1 - x & \text{при } x < 3 \end{cases}$ г) $y = \frac{2x+5}{x-2}$	а) $y = 2x - 3$ б) $y = -x^2 - 6x + 1$ в) $f(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{при } x \geq -1 \\ -x - 4 & \text{при } x < -1 \end{cases}$ г) $y = \frac{3x+5}{x-4}$

5. Контрольные вопросы

1. Что является графиком линейной функции?
2. Как построить график линейной функции?
3. Какая функция называется квадратичной?
4. Что является ее графиком?