13.04.2021

Здравствуйте, учащиеся 103 группы!

Учебная дисциплина: математика
Тема программы: Комбинаторика
Тема урока: Перестановки. Задачи на подсчет числа перестановок.

Задание к уроку:
Вам необходимо самостоятельно изучить теоретические сведения, сделать необходимые записи в рабочую тетрадь (записав дату и тему урока), прочитать параграф 60 (учебник) и письменно выполнить задания.

Выполненную работу оформить в рабочих тетрадях, сфотографировать и отправить отдельным файлом в личное сообщение через социальные сети VK (в личку): **https://vk.com/id18621014.**

Выполненное задание предоставить в распечатанном рукописном виде при выходе на учебную практику.

1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ:

Сегодня мы рассмотрим с вами простейшие комбинации, которые можно составить из элементов конечного множества. И этими комбинациями являются перестановки. Запишите в своих тетрадях тему сегодняшнего урока: «Перестановки».

Рассмотрим с вами следующую задачу (условия задачи записывайте в тетрадях).

Задача 1.

Сколькими способами можно расставить на библиотечном стенде три журнала: по физике, по математике и по информатике?

Давайте рассмотрим все возможные случаи таких расстановок.

Пусть первым будет стоять журнал по физике (Ф). Тогда возможны такие расположения журналов: ФМИ, ФИМ.

Если первым поставить журнал по математике (М), то можно получить следующие расположения: МФИ, МИФ.

А если первым поставить журнал по информатике (И), то можно получить следующие расположения: ИФМ, ИМФ.

Таким образом, мы можем расставить на стенде три журнала 6 способами.

Записываем в тетрадь задачу следующим образом:

Задача 1.

Сколькими способами можно расставить на библиотечном стенде три журнала: по физике, по математике и по информатике?

Решение.

Возможные расстановки.

Если первым стоит журнал по физике (Ф): ФМИ, ФИМ.

Если первым стоит журнал по математике (М): МФИ, МИФ.

Если первым стоит журнал по информатике (И): ИФМ, ИМФ.

N = 6 способов.

Ответ: 6 способов.

Каждое из полученных нами расположение (МИФ, ИМФ и др.) **называют перестановкой из трех элементов.**

Давайте запишем общее определение перестановки из n элементов.

Число перестановок из n элементов обозначается P_n.

Записываем в тетрадь задачу следующим образом:

Перестановкой из пэлементов называется каждое расположение этих элементов в определенном порядке.

Число перестановок из n элементов обозначается $P_{n.}$

Число перестановок из n элементов можно посчитать, не выписывая все комбинации элементов. Для этого достаточно воспользоваться комбинаторным правилом умножения.

Сколькими способами можно выбрать первый элемент перестановки из n элементов?(Ответ: N способами).

А сколькими способами можно выбрать второй элемент из оставшихся (n-1) элементов? И т. д.?(Ответ: N-1 способами).

Тогда, по комбинаторному правилу умножения, получаем:

$$P_n = n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot2\cdot1.$$

Если мы расположим множители в порядке возрастания, то получим

$$\mathbf{P_n=1\cdot2\cdot3\cdot\ldots\cdot(n-2)\cdot(n-1)\cdot n.}$$

Запишите это.

Можно заметить, что мы записали произведение первых n натуральных чисел. Для обозначения такого произведения используют запись «n!» (читается «n факториал»).

Таким образом, число всевозможных перестановок из n элементов вычисляется по формуле **P_n=n!.** ***Запишите это.***

Например, **2! = 1·2 = 2; 5! = 1·2·3·4·5 = 120.** ***Запишите эти примеры себе в тетради.***

Также отметьте, что по определению **0! = 1.**

Таким образом, возвращаясь к задаче о расстановке журналов, количество способов можно было посчитать по формуле **P(3) = 1·2·3 = 6**. Отметьте это как второй способ решения.

Записываем в тетрадь задачу следующим образом:
2 способ решения задачи 1.
P(3) = 1·2·3 = 6 (способов).
Ответ: 6 способов.
Теперь перейдем к решению задач.

Оформляете решение задач в тетради:
№ 1
Сколькими способами 4 человека могут разместиться на четырехместной скамейке?
Решение
P(4) = 1·2·3·4 = 24 (способа).
Ответ: 24 способа.

№ 2(*самостоятельно с последующей проверкой*)
Сколькими способами 9 человек могут встать в очередь в театральную кассу?
Решение
P(9) = 1·2·3·4·5·6·7·8·9 = 362880 (способов).
Ответ: 362880 способами.

№3 Сколько шестизначных чисел, в записи которых каждая цифра используется только один раз, можно составить из цифр 1, 2, 5, 6, 7, 8?
Решение
P(6) = 1·2·3·4·5·6 = 720 (чисел).
Ответ: 720 чисел.

№4

Сколько среди четырехзначных чисел, составленных из цифр 3, 5, 7, 9 (без их повторения), таких, которые кратны 15?

Решение

Т.к. сумма $3+5+7+9=24$ кратна 3, то для того, чтобы составленное из этих цифр число было кратно 15, необходимо, чтобы оно заканчивалось на 5. Тогда $N=P(3)\cdot 1=1\cdot 2\cdot 3\cdot 1=6$ (чисел).

Ответ: 6 чисел.

№ 5

Найдите сумму цифр всех четырехзначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 3, 5, 7 (без их повторения).

Решение

Кол-во четырехзначных чисел, которые можно составить из цифр 1, 3, 5, 7:

$P(4) = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 = 24$ (числа).

Т.к. числа состоят из одинаковых цифр, то сумма всех цифр полученных чисел будет равна $24\cdot(1+3+5+7)=384$.

Ответ: 384.

№6

Сколькими различными способами можно составить список учеников из 6 человек?

Решение

$P6=6!=6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=720$.

Ответ: список учеников можно составить 720 различными способами.

№7

в соревнованиях участвуют 6 команд: A; B; C; D; E и F. Сколько существует вариантов расположений команд с первого по шестое место, где команда А ни на первом, ни на последнем месте?

Решение

1. Вычисляются все возможные порядки построения команд. (Для команды А есть 6 различных позиций: 1-е место, 2-е место, 3-е место... 6-е место.)

$P6=6!=6\cdot 5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=720$.

2. Вычисляются все возможные порядки, где команда А не на первом месте.
(Значит, для команды А есть только 5 различных позиций: 2-е место, 3-е место... 6-е место.)
$P5=5!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120$.

3. Вычисляются все возможные порядки, где команда А не на последнем месте.
(Значит, для команды А есть 5 различных позиций: 1-е место, 2-е место, 3-е место, 4-е место, 5-е место.)
$P5=5!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120$.

4. Вычисляется, сколько существует вариантов расположений команд с первого по шестое место, где команда А ни на первом, ни на последнем месте. Из количества всех возможных вариантов вычитаются вычисленные ограничения: $720-(120+120)=480$ (способов).

Ответ: при данных условиях команды можно расставить 480 различными способами.

2. ЗАДАНИЯ:
1) Прочитать §61 учебник, выучить конспект;
2) Задачи №1-№2 стр.320-321 оформить в тетрадь;
2) Решить №1061, №1062(1), №1068.

Учебник «Алгебра и начала математического анализа» (Ш.А.Алимов, Ю.М. Колягин и др.) 10-11 кл., 2016г.
ссылка http://11book.ru/10-klass/232-algebra/1439-algebra-10-11-klass-alimov