# 16.05.2023

**Здравствуйте, студенты 102 группы!**

**Учебная дисциплина:** математика

**Тема урока**: Двугранный угол. Угол между плоскостями.

Перпендикулярность двух плоскостей. Прямоугольный параллелепипед.

***Задание к уроку:***

*Вам необходимо самостоятельно изучить теоретические сведения, написать конспект урока в рабочую тетрадь, посмотреть видеоурок и выполнить задания.*

*Выполненную работу оформить в рабочих тетрадях и отправить отдельным файлом (электронный документ) в личное сообщение через социальные сети VK (в личку):* ***https://vk.com/id18621014*** *или на электронную почту преподавателя:* [***chertovs\_nt@mail.ru***](mailto:chertovs_nat@mail.ru)

*Если такой возможности нет, выполненное задание предоставить в рукописном виде после возобновления занятий.*

Электронный вариант учебника: [**https://znayka.cc/uchebniki/10-**](https://znayka.cc/uchebniki/10-klass/geometriya-10-11-klass-atanasyan-butuzov/)

[**klass/geometriya-10-11-klass-atanasyan-butuzov/**](https://znayka.cc/uchebniki/10-klass/geometriya-10-11-klass-atanasyan-butuzov/)

**I. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ:**

Ребята, предлагаю вам для самостоятельного изучения следующий теоретический материал *(согласно плана):*

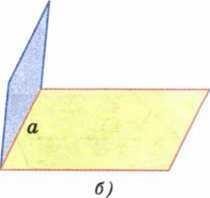
1. Свойства двугранного угла;
2. Доказательство признака перпендикулярности двух плоскостей;
3. Свойства прямоугольного параллелепипеда.
4. **Двугранным углом называется** фигура, образованная прямой *а* и двумя полуплоскостями с общей границей в виде прямой *а*, не принадлежащими одной плоскости. Полуплоскости, образующие двугранный угол, называются **его гранями**. Прямая *а*, которая является общей границей полуплоскостей, называется **ребром** двугранного угла (рис. 1а и 1б).

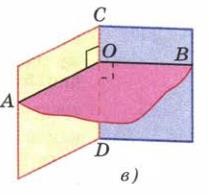
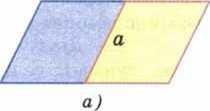
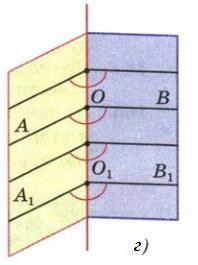
Двугранный угол с ребром *CD*, на разных гранях которого отмечены точки *A* и *B* называют двугранным углом *CABD*.

Перпендикуляры к ребру *AO* и *BO* образуют линейный угол двугранного угла *AOB* (рис. 1в). Так как луч ОА перпендикулярен прямой CD и луч OB перпендикулярен прямой CD, то плоскость АОВ перпендикулярна к прямой CD. Таким образом, плоскость линейного угла перпендикулярна к ребру двугранного угла. Двугранный угол имеет бесконечное множество линейных углов

**Градусной мерой двугранного угла называется** градусная мера его линейного угла. Так же как и плоские углы, двугранные углы могут быть прямыми, острыми и тупыми.

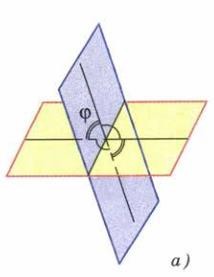
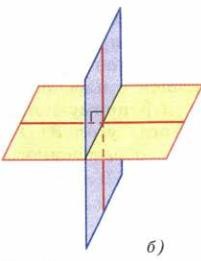
Все линейные углы двугранного угла равны друг другу.

Рассмотрим два линейных угла АОВ и А1О1В1 (рис. 1г). Лучи ОА и О1А1, лежат в одной грани и перпендикулярны к прямой ОО1, поэтому они сонаправлены. Точно так же сонаправлены лучи OB и O1B1. Поэтому углы АОВ и А1О1В1 равны как углы с сонаправленными сторонами.

 (Рис. 1)

Две пересекающиеся плоскости образуют четыре двугранных угла с общим ребром.

Если один из этих двугранных углов равен φ(*фи)*, то другие три угла равны соответственно 180 градусов минус φ, φ и 180 градусов минус φ (рис. 2 а). В частности, если один из углов прямой, то и остальные три угла прямые. Если угол между пересекающимися плоскостями равен 90 градусом, будем называть такие **плоскости перпендикулярными** (рис. 2б).



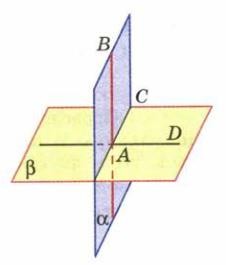
(Рис. 2)

Для доказательства теоремы рассмотрим плоскости α (*альфа)* и β (*бетта)* такие (рис. 3), что плоскость α проходит через прямую *АВ*, перпендикулярную к плоскости β и пересекающуюся с ней в точке *А*.

* Докажем, что плоскости α и β перпендикулярны.

Плоскости α и β пересекаются по некоторой прямой *АС*. При этом прямая *АВ* перпендикулярна прямой *АС*, так как по условию прямая *АВ* перпендикулярна плоскости β, это означает, что прямая *АВ* перпендикулярна к любой прямой, лежащей в плоскости β.

Проведем в плоскости β прямую *AD*, перпендикулярную к прямой *АС*. Тогда угол *BAD* — линейный угол двугранного угла, образованного при пересечении плоскостей α и β. Но угол BAD равен 90 градусов, так как прямая *АВ* перпендикулярна плоскости β. Следовательно, угол между плоскостями α и β равен 90 градусов. Что и требовалось доказать.

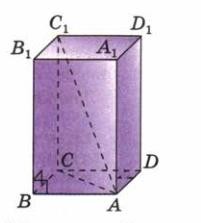
(Рис. 3)

Из этой теоремы вытекает важное следствие:

# Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей.

* + **Прямоугольный параллелепипед** – фигура, у которой все боковые ребра перпендикулярны основанию.

|  |
| --- |
| На рисунке 4 представлен прямоугольный параллелепипед. У этой фигуры  все боковые ребра перпендикулярны основанию.  Его основаниями служат прямоугольники ABCD и A1B1C1D1, а боковые ребра АА1,BB1,CC1 и DD1 перпендикулярны к основаниям. Отсюда следует, что ребро АА1 перпендикулярно к ребру АВ, т. е. боковая грань АА1В1В является прямоугольником. То же самое можно сказать и об остальных боковых гранях. |
| **Таким образом, прямоугольный параллелепипед обладает следующими свойствами:**   1. В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней — прямоугольники. 2. Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда — прямые. 3. Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.   Измерениями прямоугольного параллелепипеда называются длины трех ребер, имеющих общую вершину.  Докажем последнее свойство. |



(Рис. 4)

Так как ребро *СС*1 перпендикулярно к основанию *ABCD*, то угол *АСС*1, прямой. Из прямоугольного треугольника *АСС*1, по теореме Пифагора получаем

*АС*1*2* = *АС2* +*СС 2*.

1

Но *АС -* диагональ прямоугольника *ABCD*, поэтому *АС2* = *АВ2* + *АD2*.

Кроме того, ребро *СС*1 = *АА*1. Следовательно, *AC*1 = *АВ2* + *AD2* + *АА*1*2*. Что и требовалось доказать.

Следствием из этого свойства является то, что **диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.**

Стоит отметить, что если у прямоугольного параллелепипеда все три измерения равны, то он называется кубом, а все его грани являются равными друг другу квадратами.

# Примеры и разбор решения задач.

**Задача №1.** В прямоугольном параллелепипеде *ABCDA1B1C1D1* (рис. 5) боковая грань *DD1C1C* – квадрат, *DC* равно 4 см, *BD1* равно 6 см. Найдите *BC* и докажите, что плоскости *BCD1* и *DC1 B1* взаимно перпендикулярны.

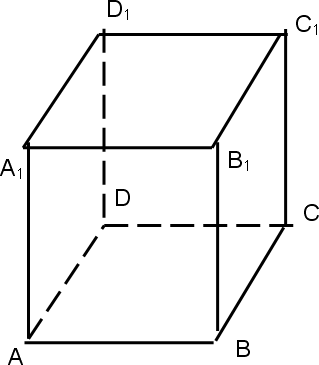
**Решение.**

Сначала найдем *BC*. Воспользуемся тем свойством прямоугольного параллелепипеда, что квадрат его диагонали равен сумме квадратов трех его измерений.

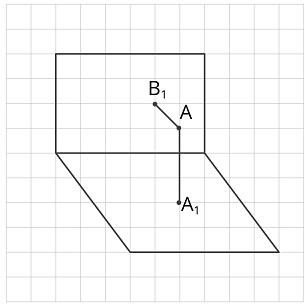
Тогда диагональ *BD1* в квадрате равна *AD* в квадрате плюс *DD1* в квадрате плюс *DC* в квадрате. *BD1* – известно из условия, *DD1* и *DC* – стороны квадрата и тоже известны из условия, тогда отсюда мы можем выразить ребро *AD*, которое ребру *BC*. Отсюда находим, что *BC* равно 2 сантиметрам.

Для доказательства перпендикулярности плоскостей *BCD1* и *DC1 B1* воспользуемся признаком перпендикулярности плоскостей. Этот признак звучит следующим образом: если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.

Заметим, что плоскость *BCD1* проходит через диагональ грани *DD1 C1C* – *CD1*. Эта диагональ перпендикулярна плоскости *DC1 B1* в соответствии с признаком перпендикулярности прямой и плоскости, так как *CD1* перпендикулярна второй диагонали квадрата – *C1D* и перпендикулярна ребру прямоугольного параллелепипеда *C1 B1*. Что и требовалось доказать.

 (Рис. 5)

**Задача №2.** В прямом двугранном угле дана точка *A*. Расстояния от точки *A* до граней угла: *AA1*=6 см и *AB1*=8 см. Определите расстояние от точки *A* до ребра двухгранного угла.

Решение.

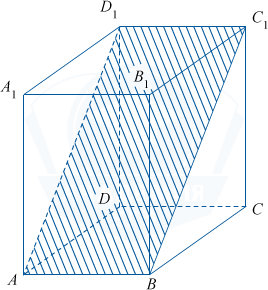
Отрезки *AA1* и *AB1* перпендикулярны граням двугранного угла, поэтому *AA1BB1* – прямоугольник. Искомое расстояние – диагональ этого прямоугольника, которую

найдем с помощью теоремы Пифагора: 10 сантиметров.

Ответ: 10 см.

**Задача №3.** В прямоугольном параллелепипеде *ABCDA1B1C1D1* длины рёбер: *AB* = 2, *BC*=3, *AA1* = 4. Найдите площадь сечения параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки *A*, *B* и *C1*.

Решение. Нарисуем рисунок.

В рассматриваемом прямоугольном параллелепипеде проведем отрезок *BC1*. Затем построим плоскость на прямых *BC1* и *AB.* Так как плоскости прямоугольного параллелепипеда *AA1D1D* и *BB1C1C* параллельны, поэтому искомым сечением является прямоугольник *ABC1D1*.

Нам известны отрезки *AA1* и *BC*, из них по теореме Пифагора вычислим длину отрезка *BC1* .Теперь найдем площадь искомого прямоугольника: 10 .

Ответ: 10.

Посмотрите видео урока: [**https://resh.edu.ru/subject/lesson/4748/main/20814/**](https://resh.edu.ru/subject/lesson/4748/main/20814/)

# ІІ. ЗАДАНИЯ.

1. **Написать и выучить конспект урока;**

# Учебник: п.22, п. 23, п.24 стр. 47 - прочитать и разобрать;

**2) Решить задачи: №173, №195.**